

L'histoire des chiffres !

Tout semble être né d'un même problème, celui de compter, énumérer, dénombrer, inventorier, recenser !

C'est au Paléolithique que l'on retrouve les premières traces d'une pensée mathématiques, sur des os !

En 1970, des archéologues ont découvert en Afrique australe un os de babouin daté de plus de 35 000 ans avant notre ère et comportant 29 entailles, parfaitement parallèles les unes aux autres.



Le plus célèbre de ces vestiges est l'os d'Ishango découvert dans l'actuelle république démocratique du Congo et comportant plusieurs dizaines d'encoches parallèles.

Les deux faces
de l'os d'Ishango



Personne ne s'accorde sur l'interprétation exacte de ces marques. Elles témoignent en tout cas d'une capacité à compter !

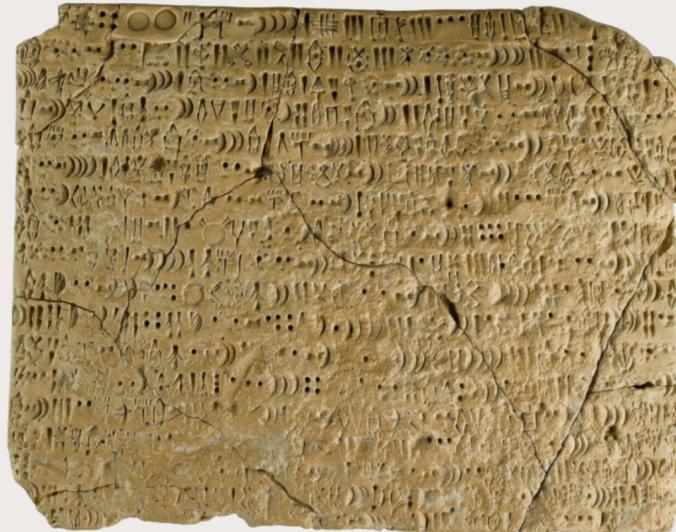
L'homme a ensuite compté à l'aide de petits tas de cailloux (*calculus* en latin) !



Puis, il imagina des calculs à l'aide de jetons d'argile de valeurs différentes, les **calculi**.

Ces jetons furent après représentés par des symboles sur des plaquettes d'argile.

C'est l'invention des chiffres !



Tablette de comptabilité
(3100-2850 av J.-C.)

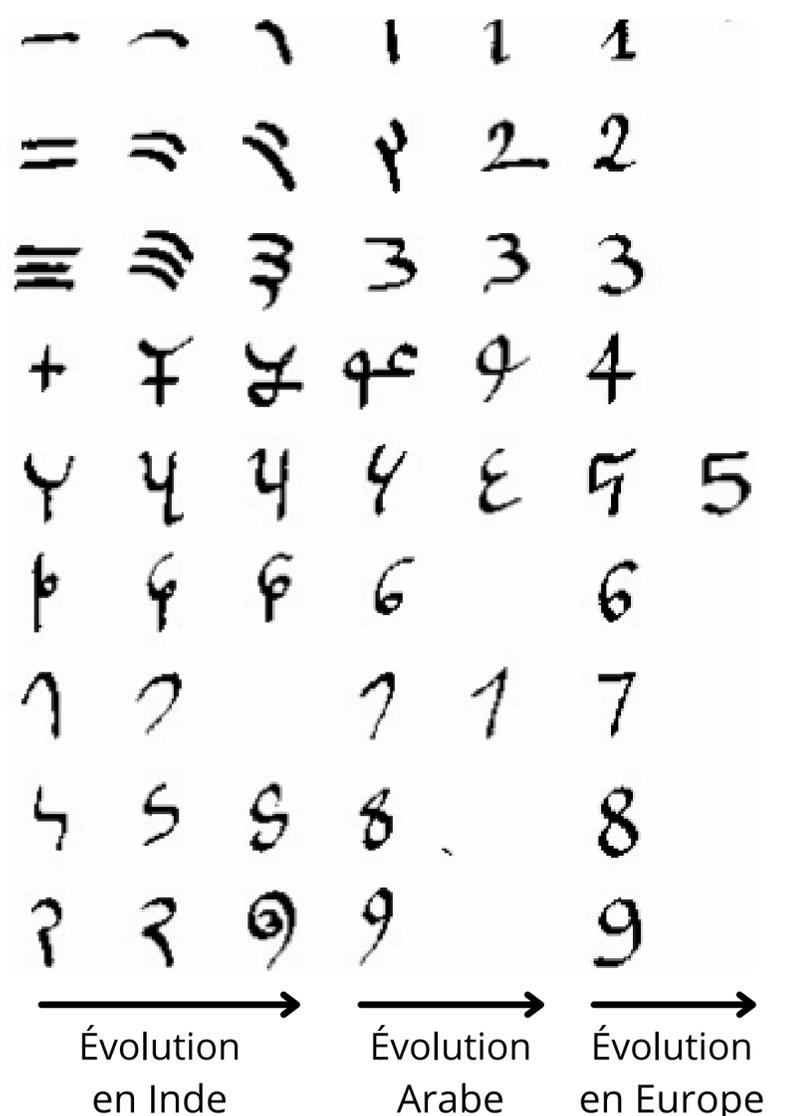
Après cela, bien des peuples ont écrit les nombres au moyen des lettres de leur alphabet. Ces procédés d'écriture du chiffre seront adoptés par la majeure partie des civilisations, avec évidemment des graphies différentes.

Et nos chiffres dans tout ça !

Après une large utilisation des chiffres romains, peu pratique pour les calculs, le pape *Gerbert d'Aurillac* (945-1003), introduit les chiffres "indo-arabes".

Deux mondes s'affrontent : les partisans des chiffres romains, les **abacistes** et les **algoristes** qui adoptent la nouvelle numération.

Il faut attendre le 13^e siècle, avec le mathématicien Italien Léonard de Pise (Fibonacci), pour que le mouvement s'accélère.



Principes de numérations

Chaque civilisation avait son système de numération plus ou moins performant dans sa propre base.

Le **principe additif** : la valeur d'un nombre est égale à la somme des symboles qui la composent.

C'était le système utilisé, par exemple, chez les égyptiens.

Pour noter le chiffre 8, ils répétaient huit fois le symbole de l'unité

Cela devient vite compliqué avec des grands nombres et surtout pour effectuer des calculs !

Ci-contre le calcul en numération égyptienne de $785 + 136 = 921$

$$\begin{array}{r} \text{? ? ? ?} \quad \text{? ? ? ?} \quad \text{|||||} \\ \text{? ? ? ?} \quad \text{? ? ? ?} \quad \text{|||||} \\ + \quad \quad \quad \text{?} \quad \text{? ? ?} \quad \text{|||||} \\ \hline \text{? ? ? ?} \quad \text{? ? ? ?} \quad \text{|||||} \\ \text{? ? ? ?} \quad \text{? ? ? ?} \quad \text{|||||} \\ = \quad \text{? ? ? ?} \quad \text{? ?} \quad \text{|} \end{array}$$

Le **principe de position** : la valeur du symbole varie en fonction de la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre.

Cela semble être la meilleure réponse et constitue une avancé capitale dans l'histoire de l'écriture des nombres.

Par exemple, dans 443, le "4 de gauche" vaut dix fois plus que le "4 du milieu".

Le **principe mixte** ou **numération hybride** : il a été utilisé par certaines civilisations. Il fait intervenir simultanément l'addition et la multiplication dans le principe de position.

On écrirait par exemple 482 : 410081021 dans ce type de numération.

C'est la base !

Aujourd'hui, les nombres sont écrits en base dix. C'est-à-dire que chaque chiffre écrit représente dix fois plus d'unités que celui qui est écrit après lui.

Par exemple, pour le nombre 532, le chiffre 5 représente 500 unités, le chiffre 3 en représente 30 et le chiffre 2, deux unités.

Grâce à ce système, on peut écrire tous les nombres entiers. Et pour ça, il nous faut 10 symboles (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

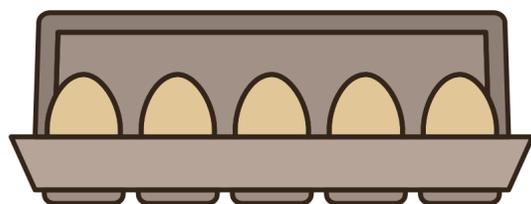
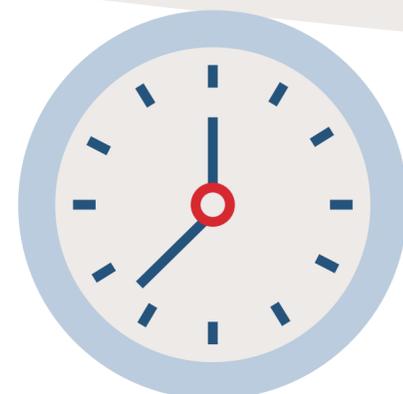
L'origine de cette base est assez simple, comme tout le monde a commencé à compter sur ses doigts, la plupart des civilisations adoptèrent un système de numération de base dix.

Toutefois, les Mayas, Aztèques, Celtes, Basques, s'étaient rendus compte qu'en se penchant un peu, on pouvait aussi compter sur ses orteils, et ils adoptèrent la base vingt.

Il nous en reste une trace aujourd'hui avec, par exemple, le mot "quatre-vingts" pour désigner le nombre $80 = 4 \times 20$.

Les Sumériens, eux, comptaient, en base soixante, qu'on utilise pour mesurer le temps !

Une heure correspond à 60 minutes, une minute à 60 seconde.



D'autres encore choisirent la base douze, et il nous arrive encore d'utiliser ce système ! On parle de douzaine d'œufs, d'huitres, les mois....

Actuellement nos systèmes informatiques fonctionnent en binaire (base 2) et parfois en base 16 ($2 \times 2 \times 2 \times 2$).

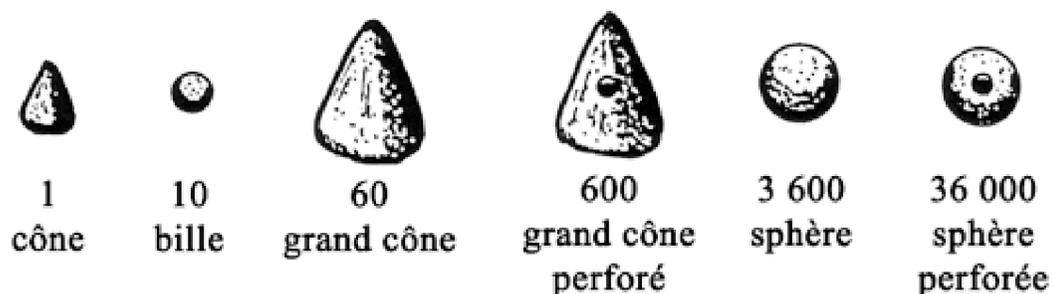
C'est souvent le cas lorsque vous tenter de taper votre code Wifi. En effet, il est régulier qu'il soit composé uniquement de chiffres de 0 à 9 et de lettres de A à F.

Les lettres A, B, C, D, E et F représentent respectivement les *chiffres* 10, 11, 12, 13, 14, 15, *en base seize* !

Par exemple : 32BA 8D88 85CB 5411 7F2E 7BA2 18
C'est long mais toujours moins qu'en base 2 !

En Mésopotamie

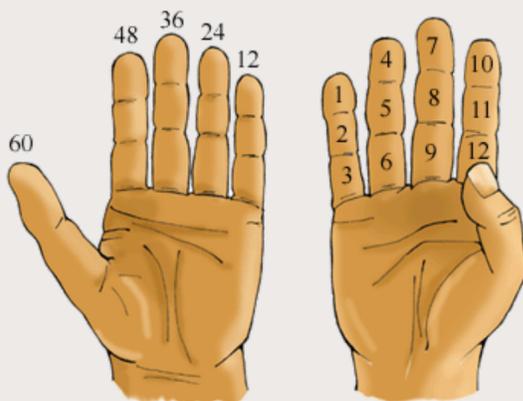
On utilise des petits jetons de terre cuite de formes et de tailles différentes en fonction de la quantité qu'ils représentent.



Ces objets appelés **calculi** constituent l'un des premiers systèmes de numération qui suit le principe additif, en base sexagésimale (base 60).

Les origines de la base 60 se cachent aussi sur nos mains !

Chaque doigt de la main gauche vaut une douzaine.



Chaque phalange vaut une unité, le pouce nous permettant de compter.

Lors de transactions, les *calculi* sont scellés dans une boule d'argile qu'il faudra casser pour vérifier que la marchandise correspond bien au nombre de *calculi*.

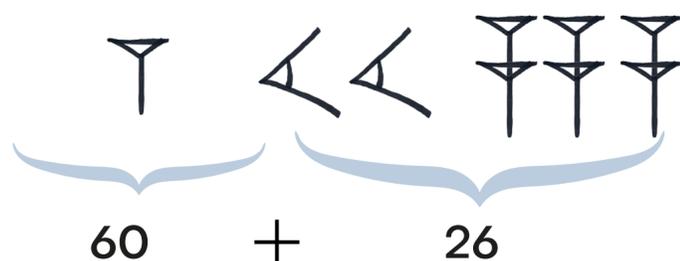
Par la suite, on a commencé à graver sur les boules des empreintes indiquant leur contenu. Les *calculi* devenant inutiles, ils sont abandonnés et la boule d'argile est aplatie pour former une tablette.

Puis les différentes empreintes ont été simplifiées pour se résumer à deux principaux symboles :

Le clou  pour 1 et le chevron  pour 10.

Cette numération est hybride.

Par exemple, le nombre 86 est représenté de cette façon :

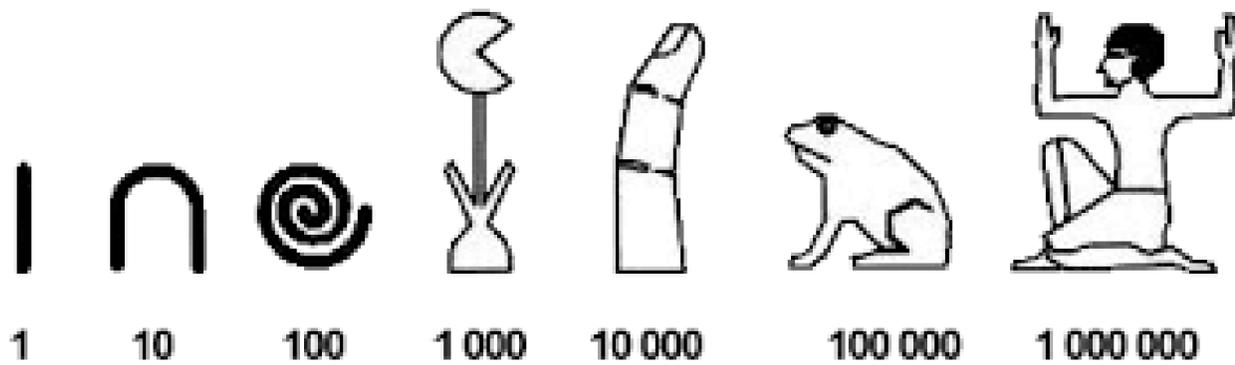


En Égypte

Les égyptiens utilisent un système de numération reposant sur le principe additif en base 10.

Chaque signe possède une valeur qui correspond à l'une des 6 premières puissances de 10.

- L'unité est représentée par une barre verticale.
- La dizaine par une anse de panier.
- La centaine par une corde enroulée.
- Le millier par une fleur de lotus.
- La dizaine de milliers par un doigt dressé.
- La centaine de milliers par un têtard ou une grenouille.
- Le million par un dieu.

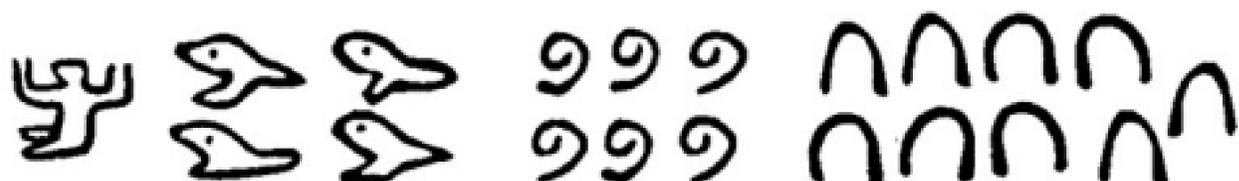


Le principe est assez simple, on répète autant de fois que nécessaire le symbole représentant l'ordre de grandeur (unités, dizaines, centaines, etc.).

Par exemple, le nombre 300225 se note :



Quel est ce nombre ?

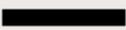


Chez les Mayas

Les Mayas utilisaient une numération vigésimale (base 20) à **une irrégularité près**.

Ils n'avaient que trois symboles : la coquille qui vaut 0, le point pour l'unité, la barre qui vaut 5.

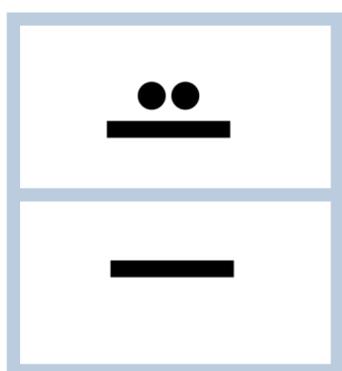
Ils utilisaient le principe additif pour les nombres de 0 à 19.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|  | • | •• | ••• | •••• |  |  |  |  |  |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Pour les nombres à partir de 20, ils utilisaient une numération de position de bas en haut.

Chaque étage correspond à un poids 20 fois supérieur au poids de l'étage inférieur, à l'exception du passage du 2e au 3e niveau où la multiplication n'est que de 18.

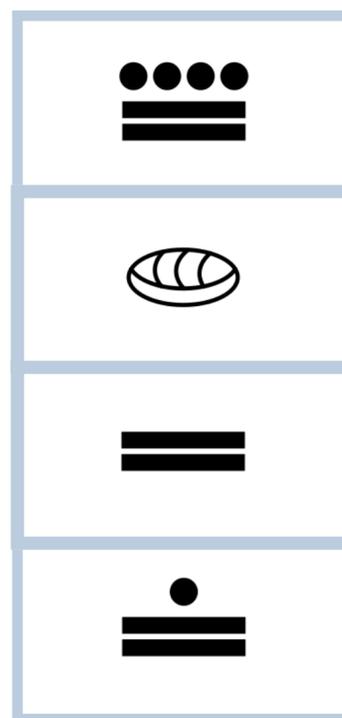
Quelques exemples:



7 x 20

5

Voici le nombre 145



14 x 20 x 18 x 20

0 x 20 x 18

10 x 20

11

Voici le nombre 101 011

Les mayas disposaient également d'un deuxième système pour représenter les vingt chiffres nécessaires à l'écriture de leurs nombres.

Il s'agit des chiffres **céphalomorphes**. Chaque chiffre correspond à un dieu identifiable, le plus souvent à ses attributs.

On y retrouve des dieux célestes comme certains de l'inframonde reconnaissables à la présence du maxillaire inférieur.



XIMIN
MIHN

0
ZERO



HUN / JUN

1
UN



KA'A / KYEB

2
DEUX



OX / OXIB

3
TROIS



KAN / KIJB

4
QUATRE



JO' / JOB

5
CINQ



WAK / WAQIB'

6
SIX



VUKUB
JUKLU

7
SEPT
WUQUB'



WAXAK
WAXPE

8
HUIT
WAJXAQIB'



BOLON
BULUMPE

9
NEUF
B'ELEJEB'



LAHUN
LUJUMPE
LAJUJ

10
DIX



BULUK
BULUCHPE
JULAJUJ

11
ONZE



LAHKAH
LAK CHUMPEL
KAB LAJUJ

12
DOUZE



OX LAHUN
UX LUMPEL / OX LAJUJ

13
TREIZE



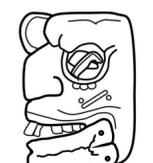
KAN LAHUN
CHUMLUMPEL KIJ'LAJUJ

14
QUATORZE



HOLAHUN
JOLUMPE / O'LAJUJ

15
QUINZE



WAKLAHUN
WAQLAJUJ

16
SEIZE



UK LAHUN
JUKLUJUMPEL WUQLAJUJ

17
DIX SEPT



WAXAKLAHUN
WAXACALUJUMPEL
WAQXAQLAJUJ

18
DIX HUIT



BOLONLAHUN
BULUMLUJUMPEL
B'ELEJAJUJ

19
DIX NEUF

En Chine

Le premier système de numération chinois est décimal (base 10) et de type hybride.

Il fait appel à 13 symboles fondamentaux : les 9 unités et les 4 premières puissances de 10.

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|-----|-----|----|-----|----|----|-----|-----|-----|------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 百 | 千 | 万 |
| yi | er | san | sin | wu | liu | qi | ba | jiu | shi | bai | qian | wan |

- Le nombre 138 :

138 se décomposait en "1 (fois) 100 (et) 3 (fois) 10 (et) 8" et s'écrivait 百三十八

- Le nombre 142 800 :

142 800 en "[1 (fois) 10 (et) 4] (fois) 10 000 (et) 2 (fois) 1 000 (et) 8 (fois) 100"

142 800 s'écrivait donc 一十四万二千八百

Parallèlement à ces écritures, une autre est née, la numération dit "numération savante".

Ce système en base 10 suit plusieurs principes : la position, le rang et l'alternance.

Il y a deux manières d'écrire les chiffres de 1 à 9 :

| | | | | | | | | |
|---|----|---|----|-----|---|----|-----|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | | | | | ┌ | ┌┌ | ┌┌┌ | ┌┌┌┌ |
| — | == | ≡ | ≡≡ | ≡≡≡ | └ | └└ | └└└ | └└└└ |

Les symboles de la première série sont utilisés pour noter les puissances paires de 10, tandis que les symboles de la seconde le sont pour les puissances impaires de 10.

Pour écrire le nombre 6 572, on écrit en commençant par la droite, 2 vertical, 7 horizontal, 5 vertical et 6 horizontal :

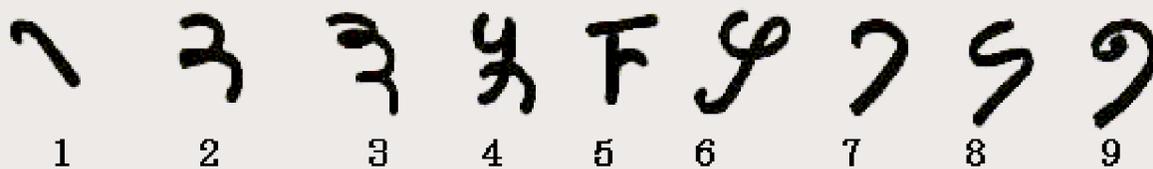
└ ||||| └ ||

En Inde

Au début de la numération indienne, c'est globalement le principe additif qui est utilisé.

Il existait un chiffre particulier pour chaque dizaine, chaque centaine, chaque millier et chaque dizaine de milliers.

Les dix chiffres étaient notés :



Ils ont pratiqué une numération orale en donnant à chaque chiffre et à chaque puissance de dix un nom en sanskrit :

| | | | | | | | | |
|------|------|---------|--------|---------|-----------|------------|-------------|---------------|
| eka | dvi | tri | catur | panca | sat | sapta | asta | nava |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| dasa | sara | sahasra | ayuta | laksa | prayuta | koti | vyarbuda | padma |
| 10 | 100 | 1000 | 10 000 | 100 000 | 1 000 000 | 10 000 000 | 100 000 000 | 1 000 000 000 |

Ainsi pour 7 463, il faut dire : tri sat dasa catur sata sapta sahasra
3 + 6 10 + 4 100 + 7 1000

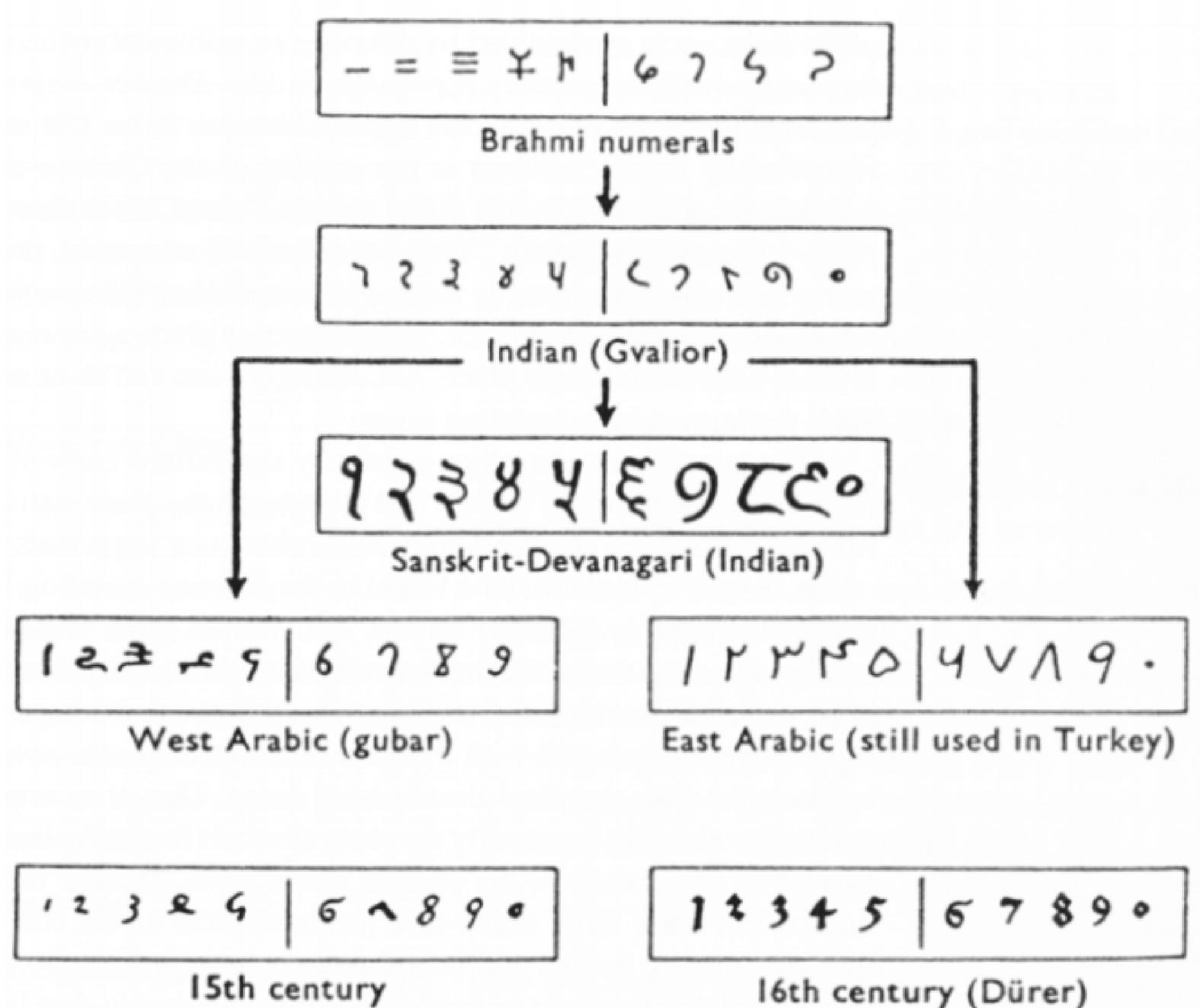
L'ordre dans lequel ils écrivaient les chiffres est inversé par rapport à notre numération : les unités se trouvaient en 1^{er} position.

Ils ont ensuite créé le mot "sunya" signifiant le "vide" pour représenter le zéro.

La forme graphique des neuf chiffres indiens a été mal précisée durant de nombreux siècles.

Les astronomes indiens ont donc continué à écrire les nombres en toutes lettres.

Évolution vers notre numération



En Grèce

Les deux systèmes numéraux les plus utilisés en Grèce ancienne sont : la numération acrophonique et la numération alphabétique.

Et comme la plupart des peuples, les Grecs anciens comptaient en base 10.

La numération **acrophonique** : c'est un système additif qui comprend 6 symboles principaux. Les signes, dont elle se compose, sont les initiales des mots désignant les nombres, excepté pour le 1 qui est représenté par un trait.

Pour alléger le nombre de signes à répéter, de nouveaux symboles ont été ajoutés : les **chiffres "quinaires"**, liaison de deux symboles existants par multiplication.

| | | | | | | | | | |
|---------------|----|-------------|------------------|-----|------------------|-------|-----------------|--------|---------|
| | └┘ | △ | └┘ △ | Η | └┘ Η | X | └┘ X | Μ | └┘ Μ |
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1.000 | 5.000 | 10.000 | 50.000 |
| πέντε (pente) | | δέκα (déka) | έκατόν (hékaton) | | χίλιοι (chilioi) | | μυριοί (murioi) | | |

1974 écrit en numération acrophonique : ΧΓΗΗΗΗΗΓΔΔΙΙΙ

La numération **alphabétique** : c'est un système additif qui comprend 27 symboles principaux. Trois séries de 8 lettres pour les unités, dizaines et centaines (24 lettres de l'alphabet grec) auquel on ajoute trois nouveaux signes, pour le 6, le 90 et le 900.

De 1000 à 9000, on rajoute une apostrophe en haut à gauche de chaque lettre représentant les unités. Et pour les dizaines de mille, on utilise le M de la numération acrophonique, surmonté de la lettre correspondant à l'unité.

| Unités | | Dizaines | | Centaines | |
|--------|--------------|----------|--------------|-----------|--------------|
| 1 | Α alpha | 10 | Ι iota | 100 | Ρ rho |
| 2 | Β bèta | 20 | Κ kappa | 200 | Σ sigma |
| 3 | Γ gamma | 30 | Λ lambda | 300 | Τ tau |
| 4 | Δ delta | 40 | Μ mu | 400 | Υ upsilon |
| 5 | Ε epsilon | 50 | Ν nu | 500 | Φ phi |
| 6 | Ϝ digamma | 60 | Ξ xi | 600 | Χ chi |
| 7 | Ζ zèta | 70 | Ο omicron | 700 | Ψ psi |
| 8 | Η èta | 80 | Π pi | 800 | Ω omega |
| 9 | Θ thèta | 90 | Ϟ qoppa | 900 | Ϸ sampi |

| Milliers | | Dizaines de mille | |
|----------|----|-------------------|--------------|
| 1 000 | ´Α | 10 000 | Μ (ou MY) |
| 2 000 | ´Β | 20 000 | Μ |
| 3 000 | ´Γ | 30 000 | Μ |
| 4 000 | ´Δ | 40 000 | Μ |
| 5 000 | ´Ε | 50 000 | Μ |
| 6 000 | ´Ϝ | 60 000 | Μ |
| 7 000 | ´Ζ | 70 000 | Μ |
| 8 000 | ´Η | 80 000 | Μ |
| 9 000 | ´Θ | 90 000 | Μ |

pour 1974,
on écrivait donc
´ΑϞΟΔ

Chez les Romains

Les chiffres romains étaient utilisés par les Romains de l'antiquité (à partir du 1er siècle avant J.-C.) pour écrire les nombres entiers de 1 à 4 999.

Pour cela, ils utilisaient seulement 7 lettres : I, V, X, L, C, D et M.

| | | | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|---------------------|
| I = 1 | V = 5 | X = 10 | L = 50 | C = 100 | D = 500 | M = 1 000 |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|---------------------|

C'est une numération qui est globalement additive et de base 10.

Les nombres romains sont majoritairement représentés selon les principes suivants :

- Un nombre en chiffres romains se lit de gauche à droite.
- Un même symbole n'est pas employé quatre fois de suite (sauf M).
- Tout symbole qui suit un symbole de valeur supérieure ou égale s'ajoute à celui-ci.
- Tout symbole qui précède un symbole de valeur supérieure se soustrait à ce dernier.
- Les symboles sont groupés par ordre décroissant, sauf pour les valeurs à retrancher selon la règle précédente.

Quelques exemples:

- MMMDCCCLXXXVIII = 4 888
- MMXXII = 2022
- DCLXVI = 686
- DIX = 509
- XIV = 14



Enfin, une barre horizontale au-dessus d'un ou plusieurs chiffres correspond à une multiplication par 1 000.

Ainsi, \bar{V} = 5 000, \bar{D} = 500 000 et \bar{M} ou $\bar{\bar{I}}$ = 1 000 000

Et le zéro !

Le zéro ne fait partie d'aucun système de numération avant le Ve siècle !

La plus ancienne trace écrite que nous connaissons se trouve dans un manuscrit indien datant de 458.

Au VIIIe siècle, les Arabes avaient adopté le zéro indien.

Les Européens ne s'en servirent pas avant le XIIIe siècle !

Ce n'est qu'en 1202 que Léonard de Pise, dit Fibonacci, rédigea un traité dans lequel il déclara que le zéro était un symbole remplaçant un chiffre absent et destiné à séparer les autres chiffres.

À Babylone, au IIIe siècle avant J.-C., il y avait bien un signe pour désigner l'absence d'unités d'un certain rang.

Cependant il n'était pas conçu comme un nombre, cela reste le plus vieux "zéro" de l'histoire.

Les Chinois ont quand à eux disposé d'un véritable zéro au VIIIe siècle.

Les Mayas avaient aussi leur zéro (la coquille) considéré comme un signe permettant d'indiquer l'absence d'unités d'un certain ordre.

Le zéro tel que nous le connaissons aujourd'hui est le chiffre qui est apparu en dernier ! Il était nommé "sifr" en arabe ce qui signifiait "vide".

Il a été traduit par "cephira" en latin ; "zephiro" en italien et devient finalement "zéro".